UNIVERSITE IBN TOFAIL
ENSA Kénitra
Semestre 4
Probabilités-Statistiques

Printemps 2019

Contrôle Continu
29 mars 2019

Questions de cours :

1) Donner la formule de probabilités totales.

2) Donner la définition d'une loi binomiale de taille n et de paramètre p.

Exercice 1 :

Un appareil est composé de trois dispositifs. Soit A l'événement "le premier dispositif fonctionne", B l'événement "le deuxième dispositif fonctionne" et C l'événement "le troisième dispositif fonctionne".
On suppose que chaque dispositif fonctionne indépendamment des autres et que $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.5$ et $P(C) = 0.7$.
Quelle est la probabilité pour que exactement 2 dispositifs fonctionnent ?

Exercice 2 :

D'un sac contenant n jetons numérotées de 1 à n, $n \geqslant 3$, on en extrait 3 au hasard. On désigne par X la variable aléatoire égale au point tiré dont la valeur est intermédiaire entre les deux autres.
Déterminer la loi de X et calculer $E(X)$.

T.S.V.P.

Exercice 3 :

On considère 3 cartes à jouer de même forme. Cependant, les deux faces de la première carte ont été colorées en noir, les deux faces de la deuxième carte en rouge tandis que la troisième porte une face noire et l'autre rouge. On mélange les trois cartes au fond d'un chapeau, puis une carte est tirée au hasard et placée au sol.
Si la face apparente est rouge, quelle est la probabilité que l'autre soit noire ?

Exercice 4 :

Soit (Ω, P) un espace probabilisé et soient les événements A, B tels que $P(A \cap B) > 0$.

a) Calculer

$$\frac{1}{P(A \cap B \mid A \cup B)}$$

en fonction de $P(A \mid B)$ et $P(B \mid A)$.

b) Prouver que A et B sont indépendants si et seulement si

$$\frac{1}{P(A \cap B \mid A \cup B)} = \frac{1}{P(A)} + \frac{1}{P(B)} - 1$$

Application : On considère les familles avec deux enfants. Quelle est la probabilité que les deux enfants soient des filles quand on sait que l'une au moins est une fille ?

FIN

UNIVERSITE IBN TOFAIL
ENSA Kénitra
Semestre 4
Probabilités-Statistiques

Printemps 2019

Examen
14 juin 2019

Questions de cours :

1) Parmi les caractéristiques de position d'une série statistique, donner les définitions de deux d'entre eux.

2) Parmi les caractéristiques de dispersion d'une série statistique, donner les définitions de deux d'entre eux.

Exercice 1 :

Une urne contient b boules blanches et r boules rouges.
On tire une boule au hasard. Soit X la variable aléatoire qui vaut 0 ou 1 selon que la boule obtenue est blanche ou rouge. Si la boule tirée est blanche(respectivement rouge) on la remet, accompagnée de n autres boules blanches (respectivement rouges).
On tire à nouveau une boule et on définit Y comme on l'a fait pour X.
Quelle est la loi du couple (X, Y) ?

Exercice 2 :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramétre λ. Déterminer $E(X)$ et $Var(X)$.

T.S.V.P.

Exercice 3 :

Soit X une variable aléatoire réelle distribuée suivant une loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. On pose $Y = \exp(X)$. On dira que Y suit une loi lognormale de paramètres (m, σ^2).

A) 1. Donner la fonction densité f de la variable X.

2. Déterminer la fonction densité g de la variable Y.

3. Donner l'allure de la courbe représentative de g.

4. Montrer que $\mathbb{E}(Y) = \exp(m + \frac{1}{2}\sigma^2)$ et que $\mathbb{E}(Y^2) = \exp(2m + 2\sigma^2)$.

5. En déduire $Var(Y)$.

B) Une étude épidémiologique a permis de remarquer que la distribution des poids des individus suit une loi lognormale. On trouve que le poids moyen est de 70 kg et que l'écart-type des poids est de 12 kg.

1. En utilisant les questions 4) et 5) de la partie précédente, déterminer les paramètres m et σ^2 de la loi lognormale Z du poids de cette population.

2. Déterminer alors $P(Z \leqslant 80)$ en fonction de la fonction de répartition Φ de la loi normale centrée réduite.

N.B. : On rappelle que $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} \exp(-\frac{x^2}{2})\, dx = 1.$

FIN

UNIVERSITE IBN TOFAIL — Printemps 2019
ENSA Kénitra
Semestre 4
Probabilités-Statistiques

Rattrapage
29 juin 2019

Questions de cours :

1. Donner la formule de probabilités totales.
2. Donner la densité d'une loi gaussienne en précisant les paramètres.
3. Donner les définitions de la médiane et de l'intervalle interquartile d'une série statistique, en précisant leurs caractéristiques.

Exercice 1 :

On jette deux dés équilibrés. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un 6 sachant que les deux résultats sont différents ?

Exercice 2 :

Ghita et Omar s'entraînent au tir l'arc. Quand Ghita tire, elle réussit 9 fois sur 10 à atteindre la cible. Lorsque Omar tire, il ne réussit que 3 fois sur 10. Ghita tire 1 fois sur 3, Omar tire 2 fois sur 3.

1. Quelle est la probabilité que la cible soit atteinte ?
2. L'un des deux vient de tirer et a atteint la cible. Quelle est la probabilité que le tir ait été effectué par Omar ?

T.S.V.P.

Exercice 3 :

Une urne contient b boules blanches et r boules rouges.
On tire une boule au hasard. Soit X la variable aléatoire qui vaut 0 ou 1 selon que la boule obtenue est blanche ou rouge. Si la boule tirée est blanche (respectivement rouge) on la remet, accompagnée de n autres boules blanches (respectivement rouges).
On tire à nouveau une boule et on définit Y comme on l'a fait pour X.

1. Déterminer la loi de X.
2. Déterminer la loi du couple (X, Y).
3. En déduire la loi de Y.
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

Exercice 4 :

Soit X une variable aléatoire réelle distribuée suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. On note f sa fonction densité et F sa fonction de répartition. On pose $Y = F(X)$.

1. Donner l'expression de f.
2. Déterminer l'expression de F.
3. Déterminer la fonction densité g de la variable Y.
4. Reconnaitre la loi de Y, donner $E(Y)$ et $Var(Y)$.

FIN